“三师课堂”在小学数学教学中的应用探究
——以“乘法分配律”教学为例

张泽玉,刘辉
(太原师范学院 教育学院,山西 晋中 030619)

摘　要:小学数学乘法分配律教学普遍面临形式多变导致的算理理解困难、从具体情境到抽象符号的跨越障碍、与结合律系统性混淆以及个性化建构不足导致“为用定律而用定律”等结构性困境。周洪宇教授提出的“教师—小先生—AI智能师”三元协同的“三师课堂”,凭借其动态可视化破解“形变理难”、阶梯式探究架设抽象跨越支架、同伴互学与智能辨析化解定律混淆、数据驱动与结对帮扶实现个性化建构等机理,为突破上述困境提供了重要契机。基于此,本研究以“乘法分配律”教学为例,通过课前三师分工的精准准备,课中遵循“情境引入—自主探究—归纳提炼—分层练习—总结评价”五环节实现三师联动以落实“知—行—创”三阶递进,课后借助结对帮扶与智能推送巩固拓展,系统构建了“课前协同—课中联动—课后巩固”三环衔接的教学应用路径。

关键词:“三师课堂”;乘法分配律;小学数学;小先生制;AI智能师

A Study on the Application of the “Three-Teacher Classroom” in Primary Mathematics Teaching: A Case Study of the Teaching of the Distributive Law of Multiplication

ZHANG Zeyu, LIU Hui
(School of Education, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, Shanxi)

Abstract: The teaching of the distributive law of multiplication in primary school mathematics generally faces structural dilemmas, including difficulties in understanding the rationale caused by varied forms, obstacles in crossing from concrete situations to abstract symbols, systematic confusion with the associative law, and insufficient individualized construction that leads to the phenomenon of “using the law for the sake of using the law.” The “Three-Teacher Classroom” proposed by Professor Zhou Hongyu, characterized by tripartite collaboration among “teacher-little teacher-AI intelligent teacher,” offers an important opportunity to overcome these dilemmas through mechanisms such as dynamic visualization to address varied forms and difficult rationale, scaffolded inquiry to build bridges for the leap to abstraction, peer mutual learning and intelligent discrimination to resolve confusion between laws, and data-driven and paired assistance to achieve

【收稿日期】2026-06-08
【作者简介】张泽玉,太原师范学院教育学院硕士研究生;刘辉,通讯作者,太原师范学院教育学院副教授,硕士生导师。

individualized construction. Accordingly, this study takes the teaching of the "Distributive Law of Multiplication" as an example and systematically constructs a three-phase teaching application path linking "pre-class collaboration-in-class interaction-post-class consolidation." This path involves precise pre-class preparation with division of labor among the three teachers; in-class tripartite collaboration through five stages-situational introduction, independent inquiry, inductive refinement, differentiated practice, and summary evaluation-to implement the three-stage progression of "Knowing-Doing-Creating"; and post-class consolidation and extension through paired assistance and intelligent push.

Keywords: Three-Teacher Classroom; Distributive Law of Multiplication; Primary Mathematics; Little Teacher System; AI Intelligent Teacher

《义务教育数学课程标准(2022年版)》强调,数学教学应注重学生核心素养的发展,引导学生经历知识的探究过程,形成推理意识和模型意识[1]。乘法分配律作为小学阶段唯一涉及两级运算的运算定律,长期被师生视为"教师怕教、学生怕学"的难点。周洪宇教授提出的"三师课堂"为破解上述难题提供了重要的理论支持和指引。本研究以人教版四年级下册"乘法分配律"教学为例,探讨"三师课堂"在小学数学教学中的应用,剖析其教学困境,阐释其破解逻辑,并呈现具体的实施策略。

一、乘法分配律教学中的数学认知困境

乘法分配律是小学阶段唯一涉及两级运算的运算定律,与乘法交换律、结合律只包含单一运算相比,虽然思维含量较高,却是一种至关重要的运算规律,在后续的代数学习中有着广泛的应用。然而,正是这种两级运算的结构特征,使它在实际教学中衍生出一系列的数学认知困境。

(一)形式多变导致算理理解困难

乘法分配律的变式很多,结构也比较复杂,等式变形一直是教学中的难点。在课堂的学习中,学生往往只是机械记忆$(a+b)\times c$这一标准形式,题目的形式一旦稍作变化便难以识别这一定律。传统教学中,教师通常结合具体情境引出等式,通过举例找出共有特征,揭示乘法分配律[2]。有研究者指出,这一教学流程压缩了学生自主探究的空间,导致学生更多关注定律的"形",而弱化对算式结构与运算意义的理解,这实质上正是一种隐蔽的知识灌输[3],不利于学生真正理解乘法分配律。学生在学习中的典型错误包括将$(a+b)\times c=a\times c+b$,或写成$a\times c\times b\times c$、$(a+b)\times c=a\times c\times b$等形式[4],反映出其对分配律的结构把握不稳和算理理解模糊。

(二)从具体情境到抽象符号的跨越障碍

乘法分配律源于生活情境中"合起来算"与"分开算"的等价关系,核心是把具体数量关系变成抽象的字母表达式。但对小学中年级学生而言,这是他们第一次系统接触"用字母表示运算规律",抽象程度较高。真实情境的创设本应缓解数学知识的抽象性与学生思维的具体性之间的矛盾。但有研究者指出,教学中部分情境设计仅停留在"浅层次"或"走过场"[5],未能帮助学生建立情境与抽象符号的内在联系。部分学生虽能验证具体数值下的等式,却无法理解字母可以"代表任意数",他们的思维仍然停留在具体运算层面。小学生数学表征能力单一、零散[6],从直观经验到抽象符号的转化缺乏有效支架,导致认知组织受阻。对于小学生当前的认知发展水平而言,直观的内容是其易于理解与真正能把握的[3]。当教学过早或过快引入抽象符号时,学生很难从具体数量过渡到代数表达。

（三）与结合律的“形似神异”造成系统性混淆

乘法分配律$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$ 与乘法结合律$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$虽然在形式上高度相似，但其运算规则不同。分配律涉及加法和乘法两级运算，是乘法对加法的分配关系，而结合律只含乘法一级运算，是纯乘法内部的括号重组。教材通常会把三大运算律集中编排在同一个单元，使学生短时间内要面对多个相似但本质不同的结构，容易产生记忆干扰。学生的典型错误有两类：一是以结合律的形式处理分配律，如将$(a+b)\times c$ 错写成 $a\times(b\times c)$或 $a\times c\times b$；二是漏项，只乘括号内的第一项而漏掉第二项，写出$(a+b)\times c=a\times c+b$。无论是哪种错误，根源都是学生对“分配”二字的理解不够扎实，只“记形”不“辨理”。若教学仅停留在“形似”层面，学生一旦遇到变式题，或分配律与结合律同时出现，便难以分辨。

（四）个性化建构不足导致“为用定律而用定律”

乘法分配律的教学不仅要让学生记住公式并正向应用，更需培养其逆向提取公因数及灵活变式的能力。然而，统一的教学任务难以兼顾不同水平的学生。一方面，少数学困生只能机械套用基础公式，一旦面对 102×35 或 99×68 这种变式题便无从下手；另一方面，优等生在完成基础题后因缺乏挑战性而止步于机械套用层面，对分配律的灵活性缺乏实感。在实际教学中，课堂会出现“学困生跟不上、优等生吃不饱”的情况。由于学生的学习能力和思维方式存在个体差异，单一的教学方法难以满足全体学生的需求[7]。学生缺乏针对自身学习基础的个性化建构，难以将分配律内化为可灵活迁移的认知工具。面对需要自主判断“是否适用分配律”的问题时，他们往往只能盲目套用公式，导致“为用定律而用定律”的现象普遍存在。

二、“三师课堂”内涵阐释与破解机理

（一）“三师课堂”的基本内涵

“三师课堂”是周洪宇教授提出的人工智能时代中国本土教育创新的实践答卷，它以“教师—小先生—AI 智能师”为核心架构，以“知—行—创”为教学流程[8]。所谓“三师”，是指课堂教学中教师、小先生与 AI 智能师三种协同共生的教学力量。主体构成上，教师不再是单纯的知识灌输者，而是引导者、促进者与支持者；学生从被动接受者转变为主动探索知识的主体，踊跃担任各科小先生；AI 智能师则作为智能教学助手，在师生需要时提供及时支持与帮助[9]。运行机制上，“三师课堂”按照“知—行—创”三阶递进式教学流程实现有机协同。“知”阶段，教师依托 AI 智能师的学情分析精准激活旧知、聚焦新知；“行”阶段，学生在教师引导与 AI 支持下，以小先生的身份开展小组协作与深度研讨，将知识转化为实践能力；“创”阶段，教师利用 AI 反馈引导学生进行知识梳理与情境迁移，AI 同步提供个性化巩固任务。整个流程以“共学、共事、共修养”为理论依据，直面规模化教学与个性化学习之间的结构性矛盾。

（二）“三师课堂”何以破解乘法分配律教学难题

单一的“教师讲、学生听”的教学结构难以同时应对分配律在“形”与“理”“具象”与“抽象”“共性”与“个性”等多重维度上的挑战。周洪宇教授提出的“三师课堂”恰好以三种力量的协同分工逐一回应。

第一，针对形式多变导致的算理理解困难，AI 智能师的动态可视化功能有助于改善学生学习分配律的方式。乘法分配律的变式种类多样，传统课堂中教师只能通过有限数量的板书例子进行讲解，学生对“为什么等式两边相等”的理解停留在个别实例的层面。借助 GeoGebra 等可交互的面积模型，学生可以任意拖拽改变长方形的长和宽，两个算式$(a+b)\times c$ 和 $a\times c+b\times c$ 始终保持相等的计算结果。这种动态演示能够让学生亲眼看到无论数值如何变化，等价关系始终成立，从而在直观经验的基础上真正理解分配律，将抽象代数关系转化为可视几何关系，实现主动建构。

第二,针对从具体情境到抽象符号的跨越障碍,教师作为导学者发挥着关键作用。传统教学中,教师往往急于从一两个例子直接引出字母公式,压缩了学生从具体到抽象的认知过程。而在“三师课堂”中,教师会设计从情境到操作的阶梯式探究任务。例如,在“知”阶段,教师首先创设生活情境,让学生通过实际计算初步感知两种算法的等价性;随后引导学生自选多个例子进行验证,积累充分的感性经验;最后在此基础上帮助学生概括出字母形式的规律。这一过程既不会在学生尚未具备足够感性经验时过早引入抽象符号,也不会让学生长时间停留在具体操作层面而无法提升思维水平。真实情境的创设有利于解决数学知识的抽象性与学生思维的具体性之间的矛盾。当学生通过自主探究概括出字母表达式,抽象符号便不再是外部强加的公式,而是他们自己发现的规律。

第三,针对与结合律的系统性混淆,“三师课堂”通过小先生互学和 AI 智能师的精准辨析功能,形成双管齐下的干预策略。学生混淆分配律与结合律,往往是因为只看“形”不辨“理”。有研究者指出,技术过度干预会消解知识探索的试错空间,使批判性思维失去生长土壤[10]。为此,AI 智能师不直接给出结论,而是通过情境图、面积图、字母式三栏对照,将分配律的正确展开式与典型错误并排呈现,让学生在视觉对比中自行发现运算规则的差异,从而保护了学生的试错空间与主动辨析能力。小先生用面积模型讲解“分配”含义,其语言的亲切感和思维的透明化程度,都远高于教师的单向讲解。互出题目互考环节也能使学生在出题中主动辨析两种定律的本质差异。小先生解决了“谁在辨析”,AI 解决了“怎样辨析”,二者结合有效攻克了分配律教学中最顽固的认知混淆点。

第四,针对个性化建构不足导致的“为用定律而用定律”,“三师课堂”借助 AI 智能师的数据分析和小先生的课后结对帮扶,实现从统一教学到差异支持的转变。刘彦芝等指出,数学品格可分为“工具品格”与“文化品格”[11]。在乘法分配律教学中,传统教学往往只关注前者,而忽视后者。而在“三师课堂”中,AI 智能师能够根据每个学生的答题数据推送适配难度的题目,既为学困生提供正向巩固练习,帮助他们逐步理解算理,也为优等生提供逆向变式与开放任务,促使他们思考“何时适用、如何变形”。小先生与需要帮助的同学结对,讲解易混淆题和变式题,在互讲互评中引导同伴关注分配律的适用条件,而非盲目套用。由此,不同层次的学生都能在原有基础上获得适合自身的发展路径,逐步将分配律内化为可灵活迁移的认知工具,从而有效破解“为用定律而用定律”的困境。

三、“三师课堂”在“乘法分配律”教学中的应用

基于“三师课堂”的理念,结合传统课堂教学特点,本研究将“三师课堂”在乘法分配律教学中的实施分解为课前、课中、课后三个板块,其中课中教学遵循“知—行—创”的三阶递进逻辑,结合常规教学流程可以分解为五个环节。

(一)课前协同备课:三师分工,精准准备

课前阶段的核心任务是依据乘法分配律的数学结构,做好针对性准备。教师深入研究分配律的结构,包括正向应用、逆向应用、与结合律的辨析以及各种常见变式,设计“情境—操作—符号”三阶递进的教学任务,明确各环节的目标与衔接方式。教师还需预设学生在探究过程中可能出现的典型错误,如漏乘第二项、与结合律混淆、逆向识别困难等,以便在课中及时介入。小先生利用 AI 智能师推送的微课与分层预习任务,自主梳理乘法分配律的正向应用、逆向提取公因数以及与结合律的区别等基础知识点,为课中分享做好知识准备。AI 智能师在课前提供两项核心支持。第一,准备 GeoGebra 动态面积模型,该模型允许学生任意拖拽改变长方形的长和宽,两个算式 $(a+b)\times c$ 和 $a\times c+b\times c$ 的计算结果始终保持同步更新。第二,预设分层练习包,涵盖正向填空、逆向提取公因数、拆数分配以及与结合律的易混对比题,为课中的自适应推送做好准备。

(二)课中协同教学:三师联动,层层深入

课中教学是整个应用的核心。“三师课堂”的教学流程遵循从“知”到“行”再到“创”的递进逻辑,五个教学环

节按此逻辑有机组织,每一阶段“三师”各有侧重。

环节一:情境引入,激发冲突

这一环节重在“知”,即激活学生的已有经验,聚焦新知的核心问题。教师创设“买校服”的生活情境:“学校要买 4 套演出服,每套包含一件上衣和一条裤子,上衣 65 元,裤子 45 元。”教师板书两种算法,一种是分开算,65×4+45×4;另一种是合并算,(65+45)×4。两种算法结果相同,都是 440 元。教师追问:“为什么结果一样?是不是任意一组数代入后两种算法结果都相同?”这个问题可引发学生的认知冲突,也为整节课的探究设定了核心任务。小先生在教师的组织下与同桌结对。左边的学生用合并算法,右边的学生用分开算法,分别计算教师给出的另一组数据。两人比对计算结果,如果一致就互相交流自己的计算过程,如果不一致就一起检查错误。通过结对计算,学生初步感知两种算法的等价性。AI 智能师在屏幕上动态展示购物画面。学生可以改变价格或数量,两个算式和计算结果实时同步更新。这种可视化的交互让学生直观感受到,无论怎样改变数字,两种算法总是得出相同的结果。

环节二:自主探究,发现规律

这一环节延续“知”的任务,让学生在操作中聚焦新知的本质。教师布置探究任务,每个小组选三个不同的例子,验证合并算和分开算的结果是否相同,其中至少有一个要用到不同的运算顺序或稍大的数字。教师巡视各小组,重点关注学生是否在举例计算过程中产生认知冲突,以及是否有人尝试用画图或面积模型来解释。一旦发现有小组用面积模型,教师便及时肯定并鼓励他们准备上台展示。小先生组织组内交流。每位组员先独立计算自己选择的例子,然后依次汇报验证结果。小先生引导组员讨论“为什么这么多不同的例子都得到相同的结果”。如果组内有学生用画长方形的方式解释,小先生就请这位学生向全组展示。随后,轮值小先生主动上台,用课前准备好的长方形纸板向全班讲解。他将长方形分成左右两块,左边面积是 $a\times c$,右边面积是 $b\times c$,总面积就是 $a\times c+b\times c$。如果把长方形看成一个整体,面积就是 $(a+b)\times c$。因为两个算式求的是同一个长方形的面积,所以结果必然相等。AI 智能师同步开启 GeoGebra 动态面积模型。学生可以在平板或大屏幕上任意拖拽改变长方形的长和宽,两个算式始终保持计算结果相等。AI 系统自动记录各组拖拽验证的数据,将有代表性的例子分类呈现在屏幕上,为下一环节的归纳提炼提供丰富的讨论素材。

环节三:归纳提炼,规范表达

这一环节进入“行”的阶段,即协作探究、内化实践。教师请两到三位小先生用自己的话总结发现的规律。在小先生发言的基础上,教师进行归纳提炼,板书字母公式 $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$。随后,教师呈现典型错例并追问。例如,有同学写成 $(a+b)\times c=a\times c+b$,漏掉了什么?在面积模型中漏掉的是哪一块?在购物情境中漏掉的是哪部分价钱?教师再追问,这个规律和乘法结合律有什么不同?结合律是 $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$,只有乘法运算,而分配律既有乘法又有加法。通过层层追问,引导学生在具体情境和直观模型中自主完成从直觉理解到规范表达的跨越。小先生组织同桌互学。两人不看板书,各自完整地说一遍什么是乘法分配律,互相判断有没有遗漏关键词。接着,每人出一道容易混淆的题考对方,比如故意把结合律的式子写出来让对方判断应该用哪个定律。通过互出混淆题,学生在出题和答题的过程中主动辨析两种定律的本质差异。AI 智能师在屏幕上并排呈现购物情境图、面积模型图和字母符号式,使三种表征相互对应,并推送易错对比动画,左边演示正确展开式,右边演示漏项或者与结合律混淆的错误展开式,视觉化的对比可以强化学生的正确印象。

环节四:分层练习,迁移应用

这一环节包含两个层次,前半部分继续深化“行”,后半部分进入“创”的阶段。

在基础练习部分,教师设计正向填空类题目,如 $(12+8)\times 6$ 和 $25\times(40+4)$ 的展开。全体学生独立完成后,小先

生组织组内核对答案,对做错的组员进行一对一讲解。讲解时要求小先生用面积模型或自己的话说明为什么这样展开,不能只告诉答案。通过同伴互教,基础薄弱的学生获得了及时帮助,讲解的学生也在教的过程中加深了对算理的理解。AI 智能师根据学生在这组基础练习中的答题数据,快速判断哪些学生已经掌握、哪些学生还存在困难,为后续的分层推送做好准备。

在变式拓展部分,教师呈现 B 级和 C 级任务,这一阶段重点在“创”,即迁移梳理与个性化巩固。B 级是简便计算,如 99×37+37,引导学生发现可以把 37 看成 37×1,从而逆向应用分配律。C 级是多位数口算,如 102×25,学生讨论后呈现多种拆法,比较哪种拆法更简便。教师组织全班讨论,什么情况下合并乘更简便,什么情况下分开乘更简便,分配律的灵活性到底体现在哪里。小先生上台讲解 C 级题目的解题思路,重点说明拆数的理由和依据。随后进入组内互编互批环节,每人编一道可以用分配律简便计算的题目,交给组员解答。小先生负责挑选组内最巧妙的题目,推荐上台展示。编题的过程要求学生主动分析数字特征,思考哪些数可以拆、哪些公因数可以提,这是对分配律应用条件的深度理解。AI 智能师根据前期答题数据,为每位学生推送适配难度的下一道题。基础薄弱的学生获得同类正向巩固题,中等水平的学生得到逆向变式题,学有余力的学生则挑战开放性任务。

环节五:课堂总结,多维评价

这一环节是“创”的收束,帮助学生形成结构化的认知。教师带领学生回顾本课的学习历程,从情境冲突到举例验证,从面积模型解释到字母公式概括,从基础练习到变式拓展,梳理出“发现规律—解释规律—应用规律”的完整路径。教师点明乘法分配律的核心价值在于其灵活性,不仅在正向合并时可以简化计算,在逆向提取公因数和拆数分配时同样可以简便运算。教师对本课表现突出的小先生给予具体表扬,如哪位小先生用面积模型讲得非常清楚,哪位小先生组织的互编互批环节很有创意。小先生组织组内互评。每位学生填写微型评价卡,内容包括今天我帮助同学解决了什么问题,当小先生时做得好的地方是什么,下次我想在哪方面改进。组员用固定句式向本组小先生反馈,比如“我欣赏你……”“一个小建议是……”。这种结构化的互评培养了学生的反思习惯,也让他们学会欣赏他人并给出建设性意见。AI 智能师生成课堂参与度报告,以热力图形式呈现各组举手次数和答题正确率分布,并推送个性化学习反馈单,包含本课答题概况、错题解析以及下节课的预习建议。

(三)课后协同辅导:三师接力,巩固拓展

课后辅导是课中学习的延伸和补充,三师在各自的能力范围内为学生提供持续支持。这一阶段同样是“创”的延续,让学生在课后继续巩固和创造。教师布置弹性作业,包含基础题和拓展题两类。基础题要求学生直接应用分配律进行计算, 拓展题要求学生自编一道可以用分配律简便计算的生活问题。教师根据课堂观察和 AI 反馈数据,对学困生进行个别跟进,当面答疑。小先生建立课后结对帮扶机制。由本节课中担任小先生的学生与 1 到 2 名需要帮助的同学结成帮扶小组,利用课间或课后延时服务时间讲解错题,共同完成拓展作业。小先生在教别人的过程中,自身对知识点的理解也得到深化,真正实现陶行知所说的“即知即传”。AI 智能师通过智能平台推送分类整理的错题本,自动归类学生的错误类型,如漏乘第二项、与结合律混淆、逆向识别失败等,并为每种错误类型推送相应的巩固练习题。同时推送一段 5 分钟的微课视频, 对分配律的核心要点进行动画式回顾,方便学生课后自主复习。AI 智能师汇总批改弹性作业中的自编题,挑选优秀作品在下一节课开始前展示,激励学生持续思考和创造。

参考文献:

[1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[S]. 北京:北京师范大学出版社,2022.

[2] 周丹丹. 在从“形”到“理”的本质探寻中培养推理意识——“乘法分配律”教学与思考[J]. 小学教学(数学版),2025(5):16-18.
[3] 毕宏辉,魏佳. 从几何直观到算式抽象——用拼搭长方形教学“乘法分配律”[J]. 小学教学(数学版),2025(5):62-65.
[4] 陈永畅. 大单元视域下的数学结构化教学设计——以北师大版数学四年级上册“乘法分配律”的教学为例[J]. 小学教学研究,2023(24):92-93.
[5] 武维民,冯佳圆. 在真实情境的创设和实施中促进学生的深度理解——以“乘法分配律”一课的情境改进为例[J]. 小学教学研究,2024(16):4-6+10.
[6] 孙衣云,苏雪雅. 借助多元表征发展推理意识——以《乘法分配律》教学实践为例[J]. 小学教学设计,2024(29):8-11.
[7] 周游. “小先生制”在小学数学课堂教学中的应用[J]. 小学教学研究,2024(17):48-49+68.
[8] 周洪宇. 当课堂遇见智能时代:三师协同,向未来生长[J]. 教育文汇,2026(4):4-5.
[9] 周洪宇. 小先生制与师生共同课堂[J]. 生活教育,2025(17):8-9.
[10] 刘辉,康文彦. 数智时代中小学作业的隐忧及其纾解[J]. 教育评论,2026(4):31-39.
[11] 刘彦芝,康文彦,刘辉. 数学核心素养中价值观与品格的分类及教学启示[J]. 内江师范学院学报,2025,40(10):1-6.

[责任编辑:叶柳]